

The Mathematical Society of Serbia



INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE

“RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION”

Belgrade, May 10th – 11th, 2019.

проф. др Владимир Мићић, Грађевински факултет - Београд
др Војислав Андрић, Ваљевска гимназија - Ваљево

МАТУРСКИ РАД ИЗ МАТЕМАТИКЕ
ПЕСНИКИЊЕ ДЕСАНКЕ МАКСИМОВИЋ
(поводом стогодишњице Десанкине матуре)

Београд, 10.05.2019.

“Кроз измаглицу нејасних речи
осећам лепоту песме.”

“Through the mist of unclear words I feel
the beauty of a song”.

Десанка Максимовић

„Пси дуго памте учињено им добро.
Човек заборавља.“

„Dogs member for a longtime benefaction made to
them. Man forgets it.”

Десанка Максимовић



Наша велика песникиња Десанка Максимовић, рођена је 3. маја 1898. године (по старом календару, тј. 16. маја по новом календару) у селу Рабровица (округ ваљевски) – кћи Драгиње и Михаила Максимовића (учитеља у Бранковини чувеног по свом песничком умећу). Матурирала је у Ваљевској гимназији пре тачно сто година - у септембру месецу 1919. године. Из документације која се брижљиво чува у Ваљевској гимназији у књизи „Главног протокола испита зрелости из школске 1918/19. године“ под редним бројем 8 заведена је матуранткиња Десанка Максимовић. Из главног протокола се види да је полагала матурски испит који се састојао од 7 наставних предмета: српски језик, латински језик, француски језик, математика, историја општа и народна са земљописом, физика са хемијом и јестаственица.

I

година 1918-1919. godine.

ГЛАВНИ ПРОТОКОЛ

ИСПИТА ЗРЕЛОСТИ

у Валевској Гимназији

30 табана

Цена 6— дина.

Чл. 22. Уставом о успостављању новог образовног система од 2. Октобра 1922. год. одр. се одлучило да министарство, преко свих власти државне и општинске, даје до школских година (1922-1923. школске године).

Математика је, несумљиво, (јесмо ли пристрасни?) део опште културе човека. Ипак, често ћемо чути, да се неко, ко припада кругу стваралаца, чак хвали чињеницом да није знао (или волео) математику.

Десанка Максимовић је и знала и волела математику.

На основу одлично урађеног писменог матурског задатка из математике, ослобођена је усменог испита и добила закључну оцену одличан.

Више од самог испита зрелости у Ваљевској гимназији у септембру 1919. године, о томе говоре њени јавни наступи, песничке вечери и разговори у њеној гимназији, где је знатижељним ученицима о тој својој љубави, лепоти и значају математике и вези са поезијом надахнуто говорила.

О томе сведочи лично Војислав Андрић, коаутор овог саопштења, а тада и касније директор Ваљевске гимназије.

Десанка Максимовић је писмени матурски испит из математике
полагала 17. септембра 1919. године.

Судећи по записнику са испита зрелости (на страници 13),
матурантима су као избор понуђене две групе задатака:

ПРВА ГРУПА

1. Неко прода извесну робу са добитком 15% за 66,70 динара. Пошто би продао да је зарадио 20%?
2. Решити систем једначина:
 $x^2 + y^2 = 20$; $\log x + \log y = 0,90309$.
3. Једна призма од ливеног гвожђа има за основу равностранни троугао чија је страница $a_3 = 2$ m, висина призме једнака је двострукој висини троугла у основи. Тражи се тежина ове призме.
[Спец. тежина лив. Гвожђа 7,2 кг]

ДРУГА ГРУПА

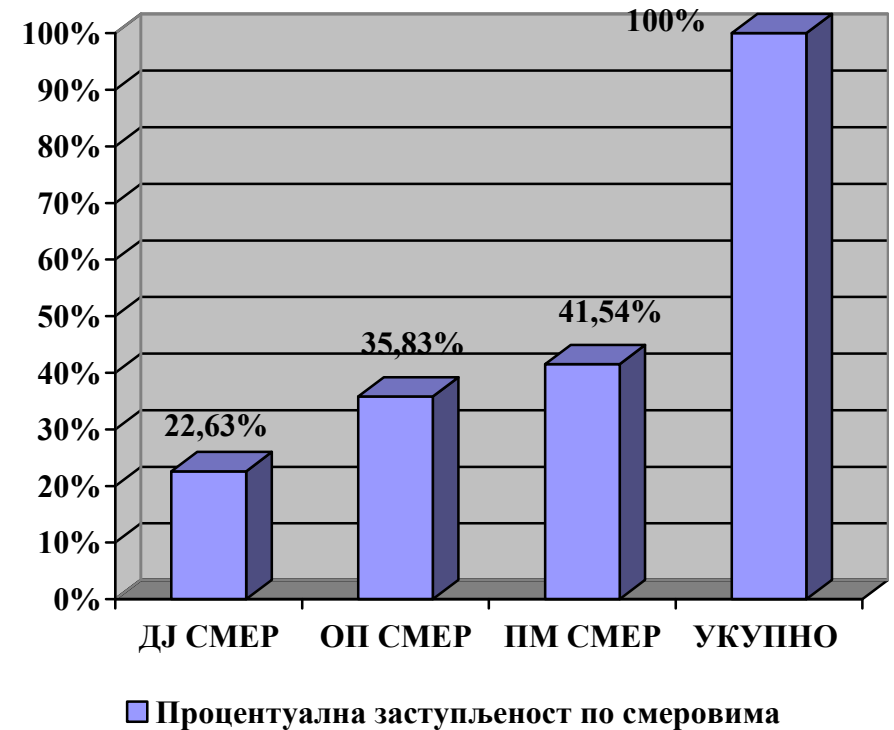
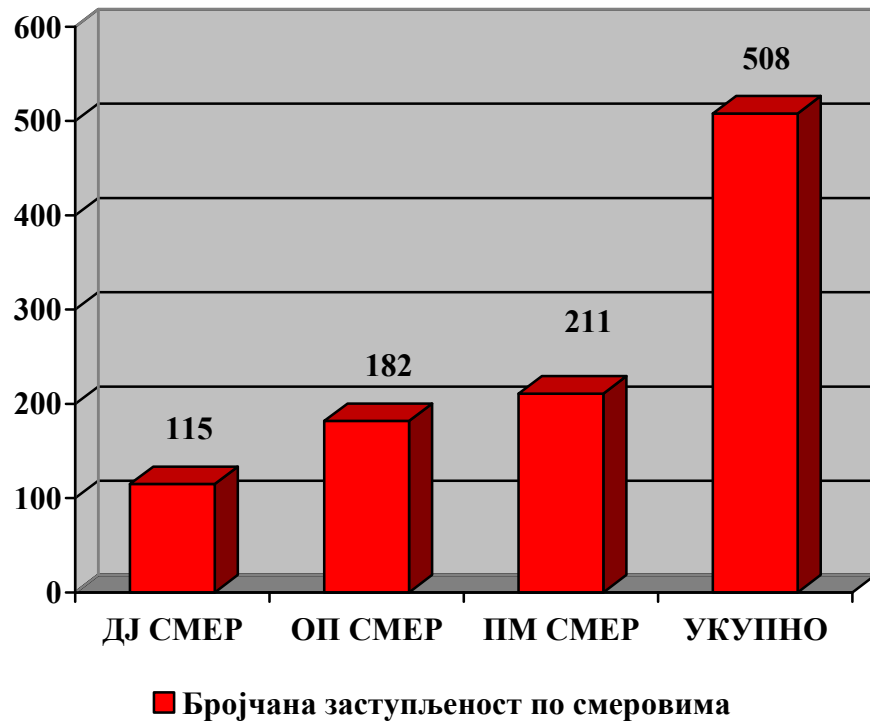
1. Две суме имају се платити, једна за годину дана, друга која превазилази прву за 10000 динара, за 15 месеци. Есконтовања по 4,5% даје укупан есконт од 3600 динара. Које су то суме?
2. Решити систем једначина:
 $5\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 11$; $4\sqrt{x} - \frac{1}{2}\sqrt{y} = 24$.
3. У коцки чија је ивица a уписана је и описана облица. Каква је разлика запремина те две облице?

Текст задатака вам презентујемо у форми истоветној са записником.

Одлучили смо се да дате задатке искористимо за истраживање уз мање модификације у језику и формулацији, у циљу отклањања могућих језичких и математичких недоумица. Први задатак у другој групи смо променили због усаглашавања са важећим програмима.

УЗОРАК

У току истраживања, експериментални матурски писмени задатак је радило 508 ученика из 10 гимназија (8 градова) и 20 гимназијских одељења у Србији, што чини ок 3,2% од укупног броја свих матураната у гимназијама Србији у школској 2018/19. години. Узорак чине 5 одељења друштвено-језичког смера, 7 одељења општег смера и 8 одељења природно-математичког смера.



ТОК ИСТРАЖИВАЊА

Истраживање је реализовано у току марта месеца 2019. године.

Све школе и колеге које су реализовале истраживање, добиле су:

- Текстове задатака;
- Упутство за реализацију истраживања;
- Кључ за преглед и оцену задатака;
- Формулар за статистичку обраду резултата.

Непосредном изадом задатак руководили су колеге – професори математике из десет гимназија у Србији или дугогодишњи сарадници аутора истраживања.

Ученици су екпериментални матурски писмени задатак радили један школски час (45 минута) .

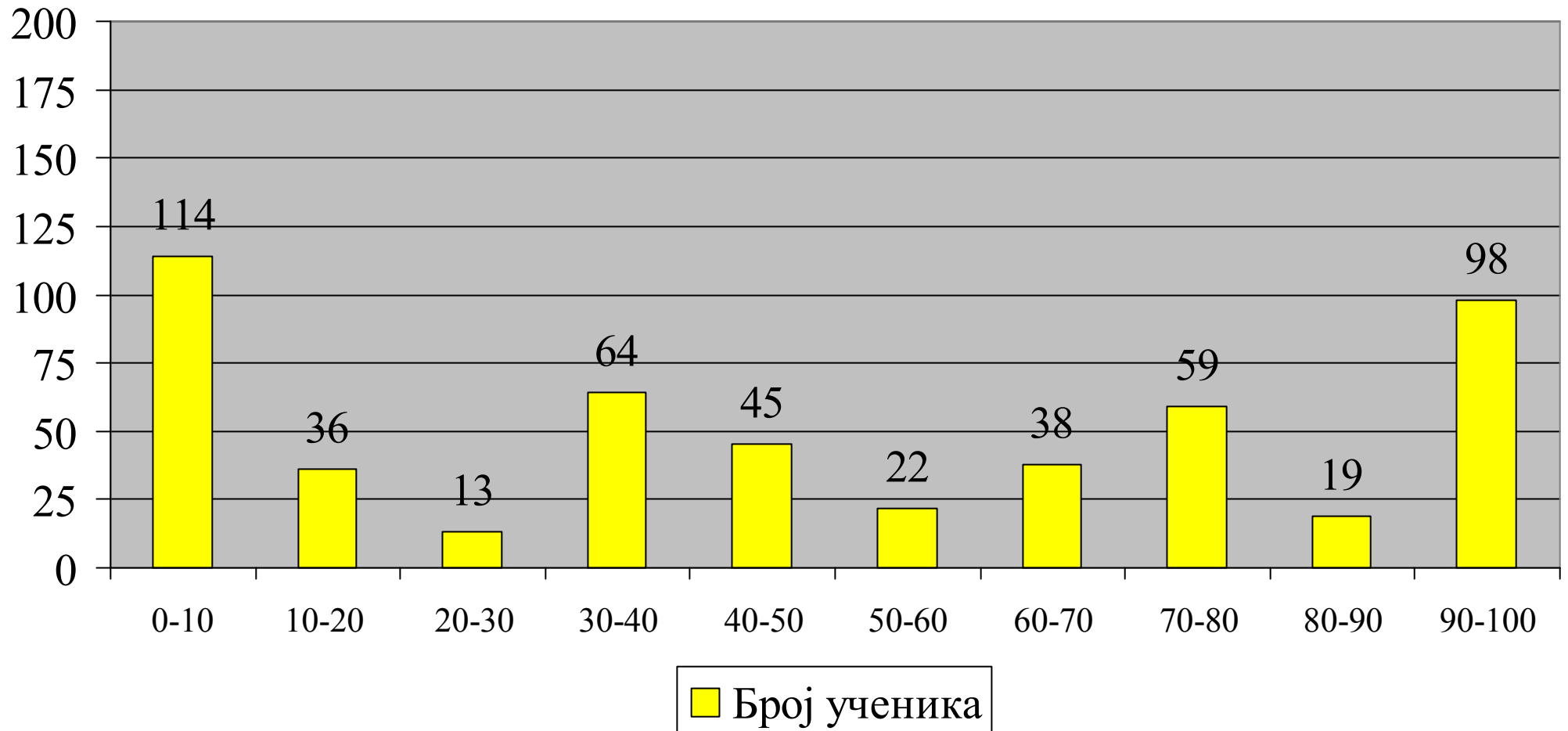
Колеге су поред контроле решавања задатака, извршили и прегледа решења задатака и статистичку обраду података добијених на основу прегледа задатака.

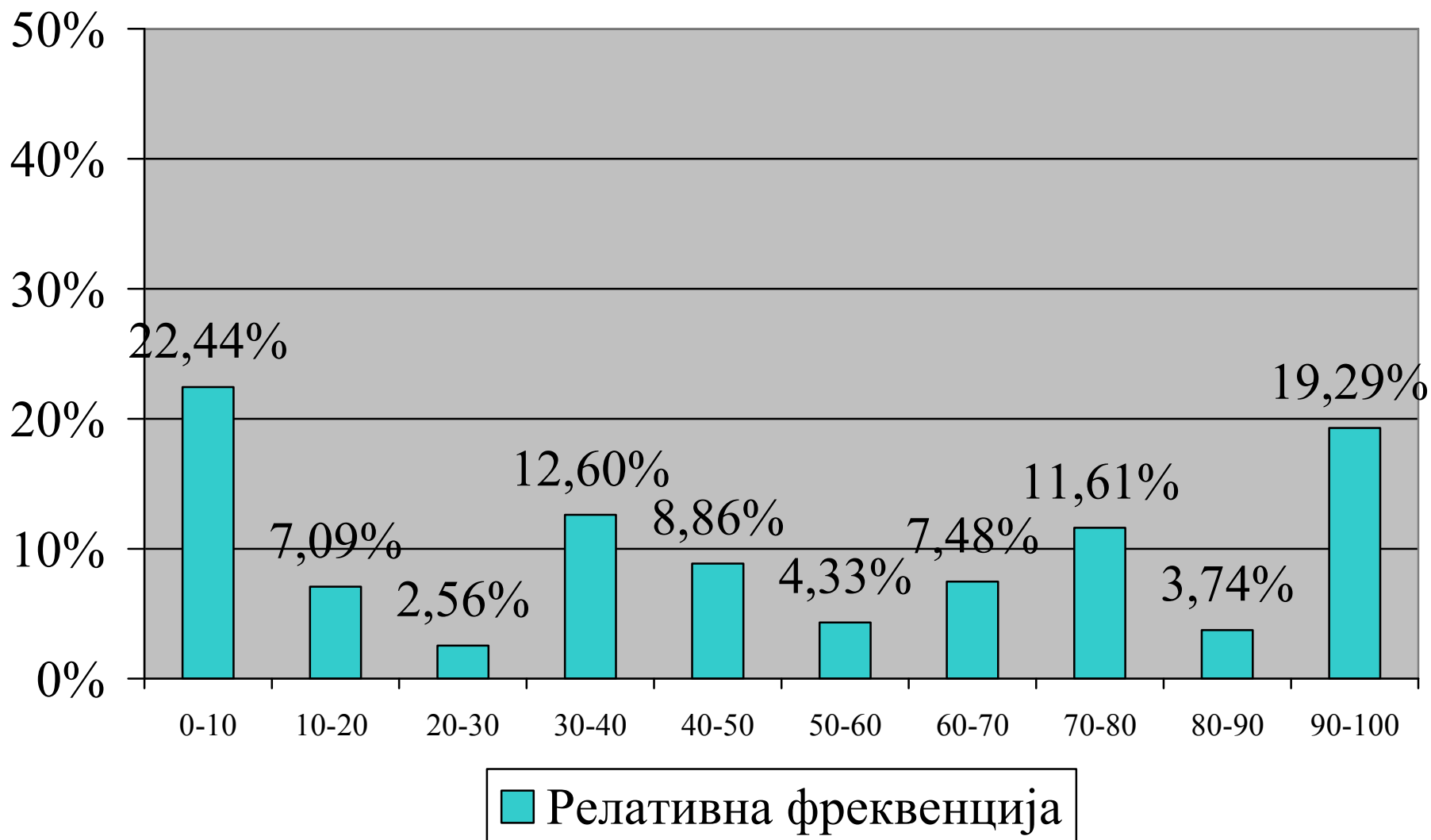
Решења свих задатака су бодована по јединственом кључу који су сви реализатори истраживања добили за употребу. Најважнија намена кључа је да се, колико је то могуће елиминише субјективни фактор, уједначе критеријуми бодовања сваког појединачног задатка, али и уједначи вредновање сваког рада у целини.

Скала за оцењивање је имала следеће интервале: од 0 – 29 бодова – недовољан (1), од 30 – 49 бодова – довољан (2), од 50 – 69 бодова - добар (3), од 70 – 85 бодова – врло добар (4), од 86 – 100 бодова – одличан (5).

ОПИС РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА

Дистрибуција ученика по оствареним бодовима на тесту у интервале





Процентуална дистрибуција ученика по интервалима на основу бодова остварених на тесту

Дескриптивна статистичка анализа резултата истраживања урађена је на основу многобројних података које су нам доставиле колеге после спроведене израде експерименталних матурских писмених задатака.¹

Изабрани су интервали дужине 10 бодова, а посматрани су класични статистички параметри. Израчунате су и две аритметичке средине: апсолутна (46,52 бода) и пондерисана (48,68 бодова). Медијана је 46,00 бодова, а средње апсолутно одступање је 29,69 са стандардном девијацијом од 33,362. Средња оцена успеха је 2,69.

Најфреквентнији је интервал од 0 до 10 бодова (114 ученика – 22,4%), при чему је разочаравајући податак да је чак 94 ученика (18,50%) ученика имало нула бодова (без обзира да ли је тај податак резултат незнања или слабе мотивације). Други по фреквентности је интервал од 90 – 100 поена (98 ученика или 19,29%), што је одличан податак поготову када се дода чињеница да је чак 68 ученика (13,40%) имало максималних 100 бодова.

Из датих графикана јасно је да је расподела бодова неправилна, чак „анти-нормална“ јер уместо да крајњи интервали буду најмање фреквентни, они су највише фреквентни.

ИНТЕРПРЕТАЦИЈА ДОБИЈЕНИХ РЕЗУЛТАТА И ВАЖНЕ НАПОМЕНЕ

Резултате истраживања дајемо и по свим параметрима које смо статистички посматрали уз неколико важних напомена.

Прва се односи на компарацију резултата садашње генерације са резултатима које су на матури 1919. године постигли Десанка Максимовић и њени школски другови. То поређење не смемо поставити толико строго јер је евидентна разлика у релативно малом узорку генерације од пре сто година (свега 34 ученика) и прилично солидном узорку истраживане генерације (508 ученика). Али и у структури популације која је пре сто година чинила мање од 10% младих обухваћених гимназијским образовањем и која је у школској 2018/19. години, по званичним резултатима Републичког завода за статистику Србије много већа и чини 26% од укупног броја средњошколаца у Србији. То говори и о значајно већој елитистичкој карактеристици гимназија у тадашњем периоду и сигурно квалитетнијем ученичком потенцијалу, јер су популацију ученика гимназија чинили 5-10% најбољих у генерацији.

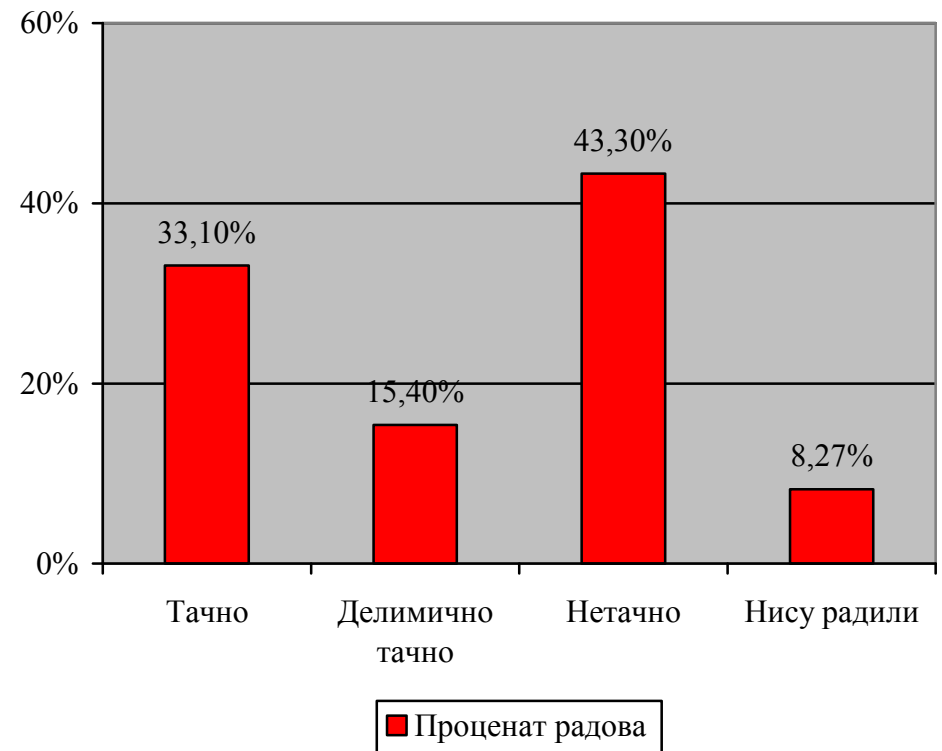
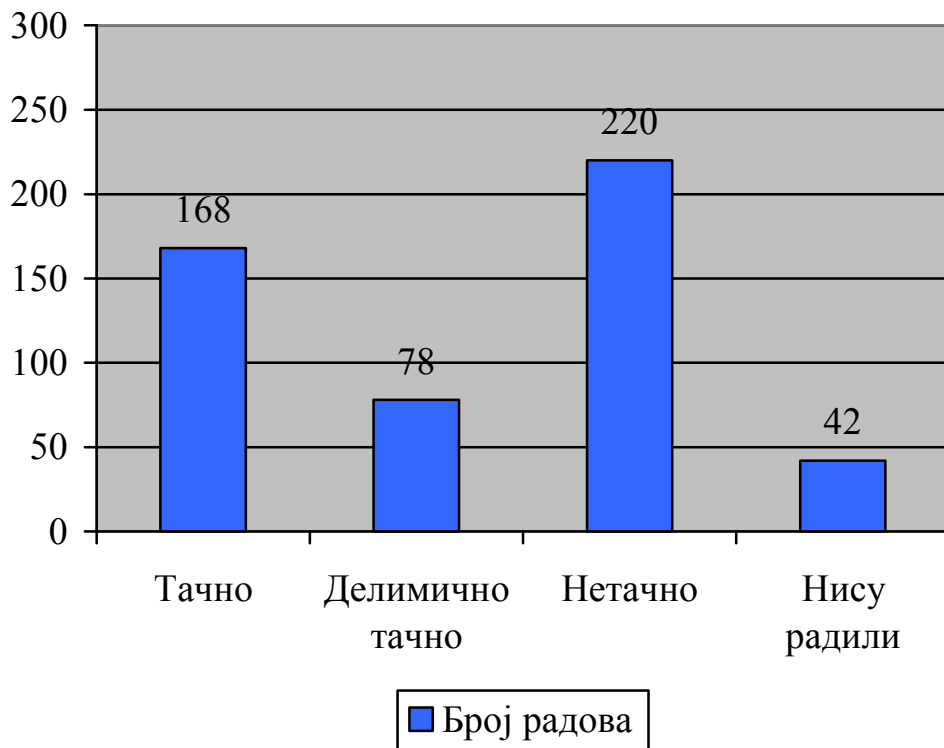
Друга напомена се тиче мотивације ученика, јер није исто полагати испит зрелости и радити неформални писмени задатак за потребе „тамо неког“ истраживања.

Трећа напомена се односи процес обнављања градива, који је значајно присутнији на матурском испиту него неколико месеци пред матуру. Мада се овде мора рећи и да се већина садашњих гимназијалаца у време реализације истраживања интензивно припрема за пријемне испите на факултетима и да је због тога проблем заборављања садржаја значајно мање присутан.

ПРВИ ЗАДАТАК

(I) Неко прода извесну робу са добитком од 15% и оствари приход од 66,70 динара. Колики би био остварени приход, ако би добитак био 20%? (30)

(II) Три молера за четири дана окрече пет станова. а) Колико станова ће окречити 24 молера за 7 дана? б) Колико молера за 9 дана окречи 30 станова? в) За колико дана ће 12 молера окречити 50 станова? (30)



Пропорционалност величина у потпуности је савладала приближно трећина тестираних ученика. Преко 50% ученика су показали да нису у могућности да реше било проблем прихода, било проблем „молера“. Анализа прегледаних радова ће нас недвосмислено уверити да ученици формално умеју да реше пропорцију, али и да је та пропорција врло често погрешно постављена. Као и да је критички однос према добијеним резултатима веома слаб и да упитаност ученика везана за реалност добијеног резултата не постоји (на пример више молера за више дана, окрече мање станова него мање молера за мање дана ...).

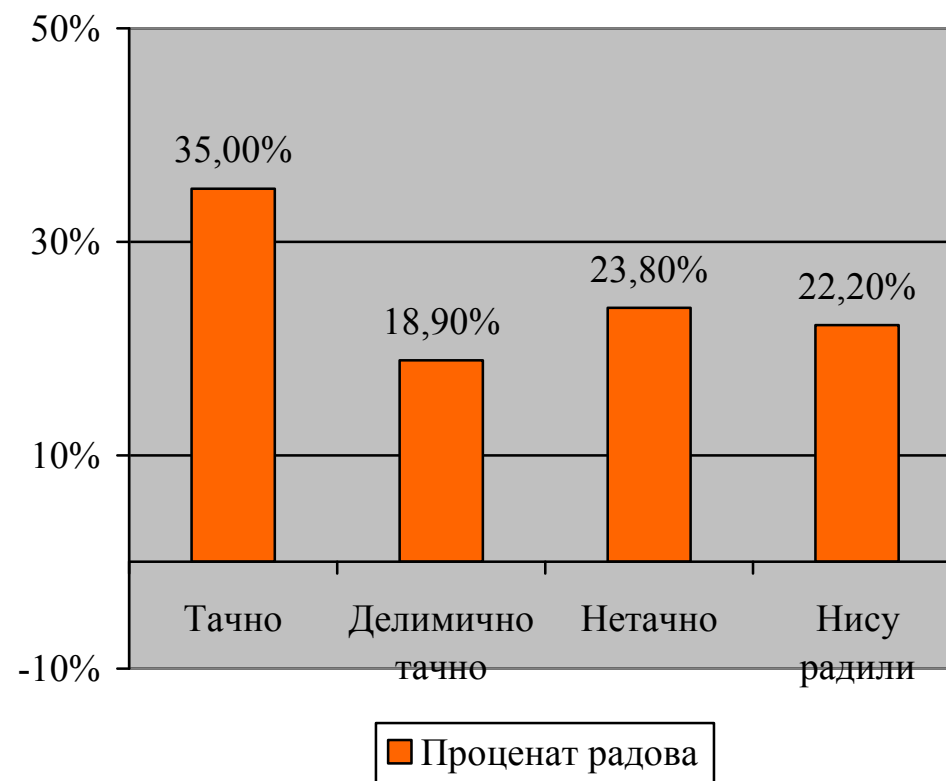
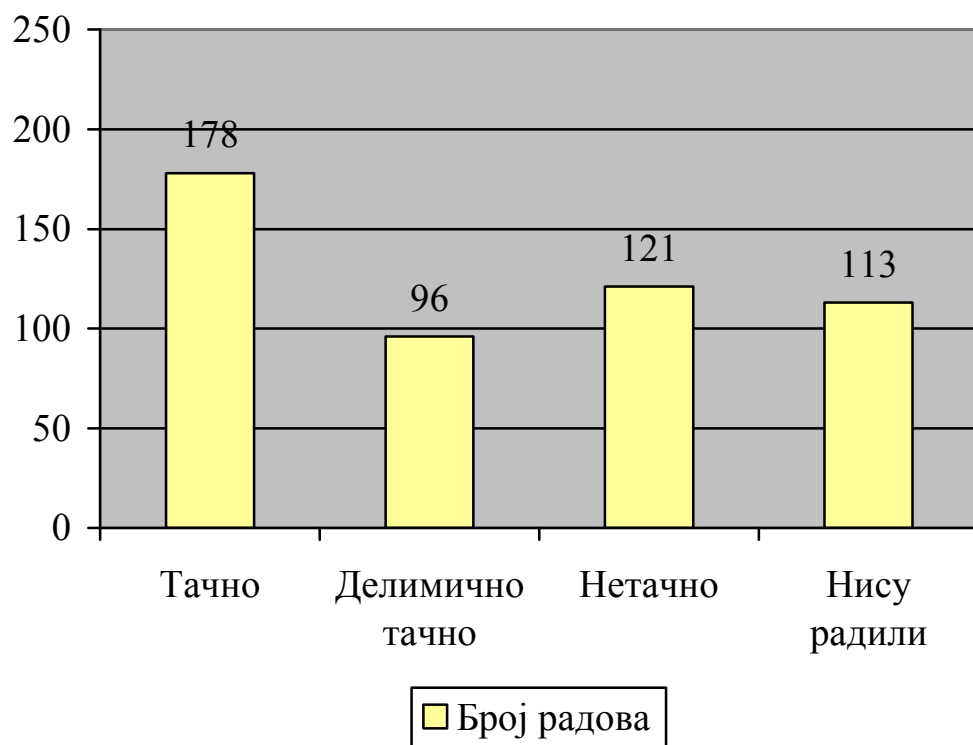
Све ово говори да је мисаона активност данашњих генерација прилично слаба, углавном механичка и формална, чак и када се ради о најкарактеристичнијим примерима примене пропорционалности у свакодневном животу. Са аспекта трајности знања, процес заборављања код оваквих проблема просто не сме постојати, јер разни проблеми пропорционалности су присутни код доношења многих важних животних одлука и недостатак математичке културе у овој области може бити погубан за егзистенцију породице, напредак фирме, процене пословних потеза ...

ДРУГИ ЗАДАТАК

(I) Ако је $\log 2$ приближно једнак $= 0,30103$, решити систем једначина:

$$x^2 + y^2 = 20, \log x + \log y = 0,90309 \quad (40).$$

(II) Решити систем једначина: $5\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 11, 4\sqrt{x} - \frac{1}{2}\sqrt{y} = 24 \quad (40).$



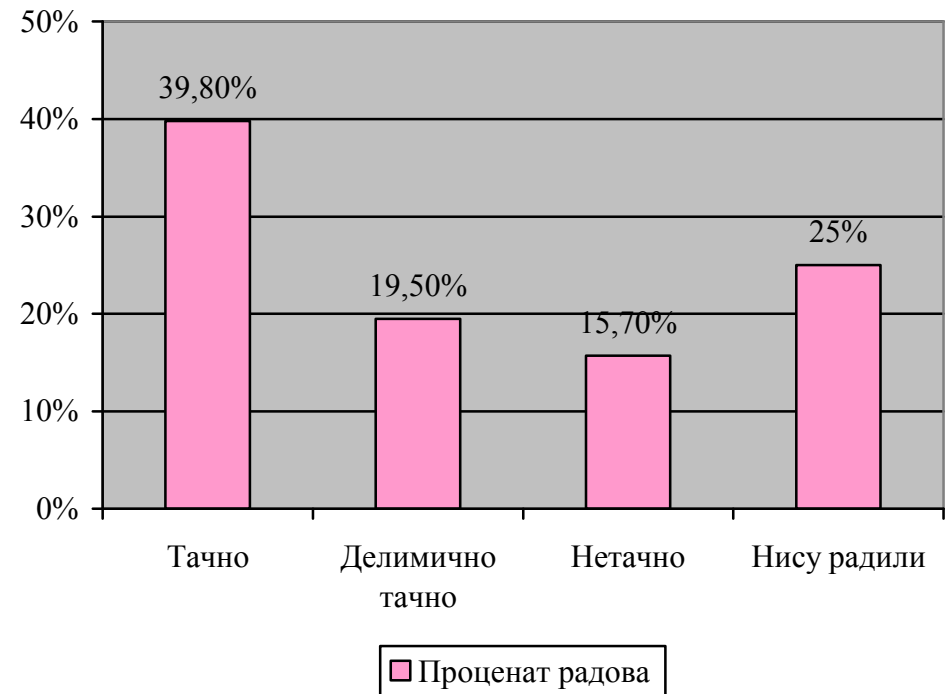
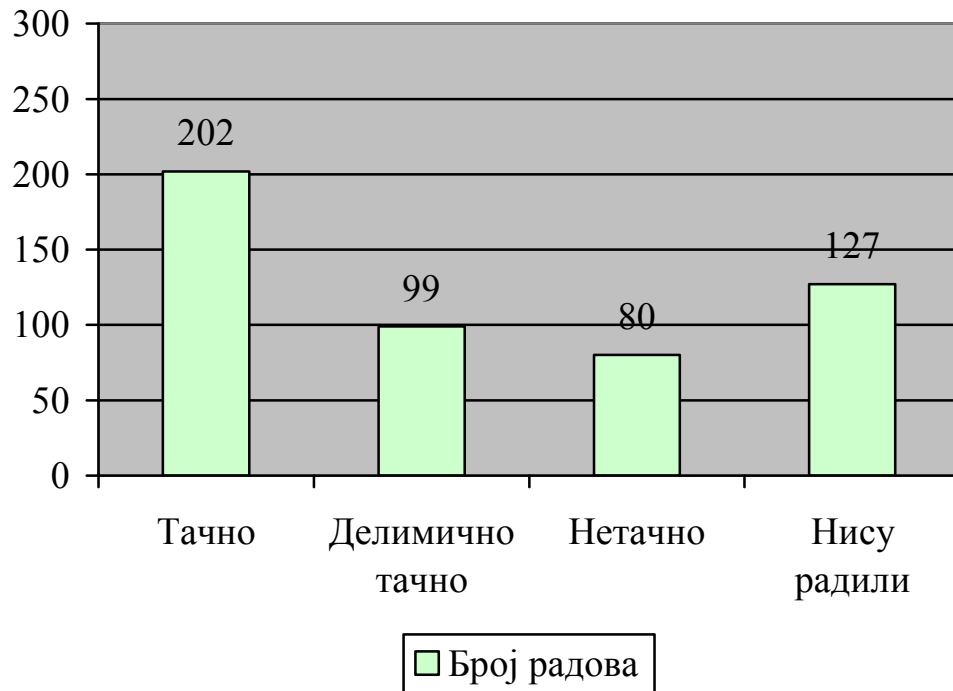
Системима једначина у приличној мери овладало је преко половине тестираних ученика, а нетачних задатака је 46%.

Нешто боље је решен систем линеарних једначина, али проценат оних који су делимично тачно решили систем (18,90) углавном отпада на непажљивост код решавања система логаритамских једначина, где су бодови одбијани код задатака где недостаје друго решење, или тамо где су присутна негативна решења.

Овај задатак показује да се ученици гимназија много боље сналазе на формалном терену и да им је техника мањи проблем, него суштинско разумевање материје.

ТРЕЋИ ЗАДАТАК

- (I) Једна призма од ливеног гвожђа има за основу једнакостранични троугао чија је страница $2m$, а висина призме једнака двострукој висини троугла у основи. Колика је тежина (мисли се на масу) ове призме ако је специфична тежина ливеног гвожђа $7,2 \text{ kg/m}^3$. (30)
- (II) У коцку чија је ивица a уписана је и око ње описана облица (ваљак). Колика је разлика запремина те две облице (ваљка)? (30)



Овај задатак потпуно тачно је решило близу 40% ученика, а нетачно мало више од 40% ученика.

И овај задатак је задатак примене, али је боље решен од првог.

Логично објашњење за то постоји и садржано је у чињеници да познавање формула за запремину призме, односно ваљка, дакле опет формална знања, воде директно до решења без неких већих мисаоних дилема.

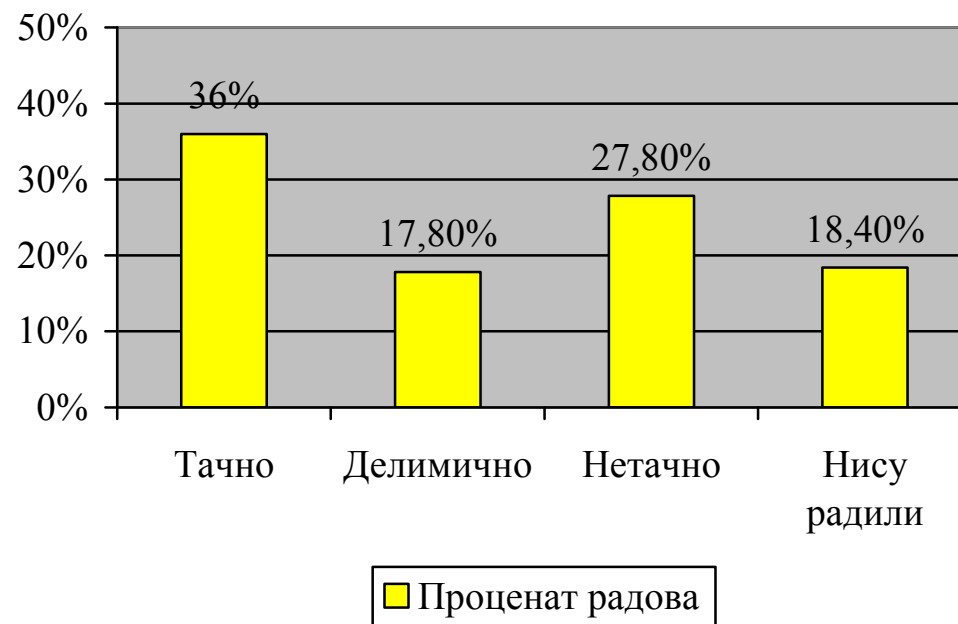
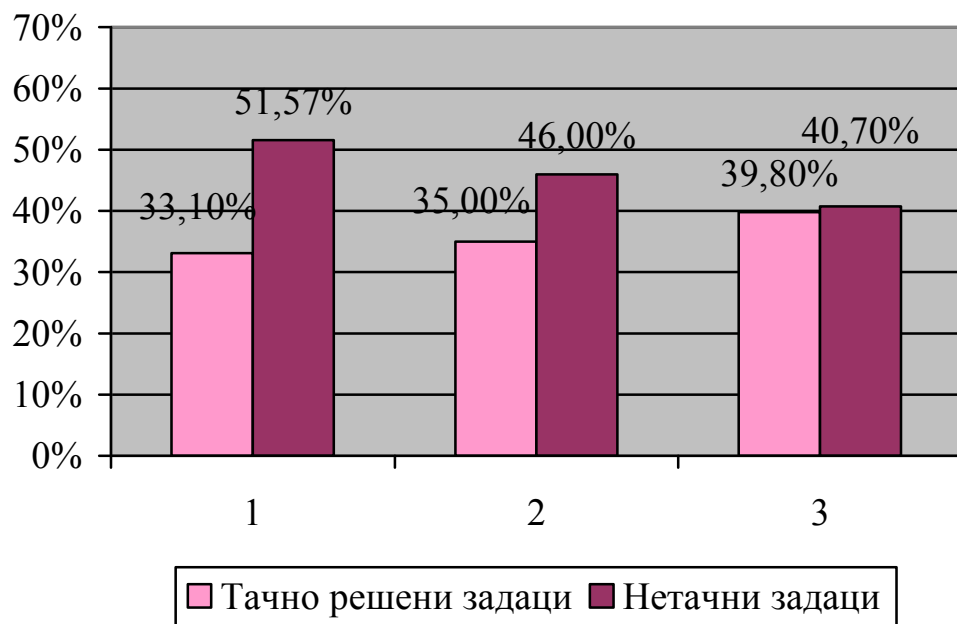
Али и у чињеници да је стереометрија рашена у претходном – трећем разреду.

Детаљнија анализа радова говори о томе да су грешке у решавању овог проблема углавном у непознавању формула или слабом рачунању било са конкретним, било

СВА ТРИ ЗАДАТКА

Најбоље решен је трећи, стереометријски задатак, а најлошије први задатак везан за пропорционалност величина. У сва три задатка број, па самим тим и проценат нетачних и нерешаваних задатака је већи од процента тачно решених задатака. Најдрастичнија разлика је код првог задатка (18,47%), док је код другог 11%, а код трећег сасвим незнатна (мање од 1%).

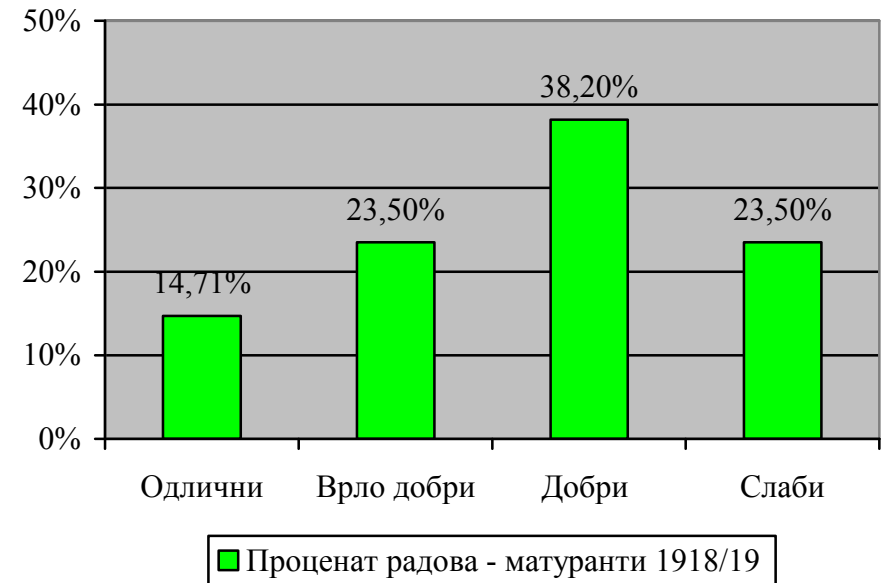
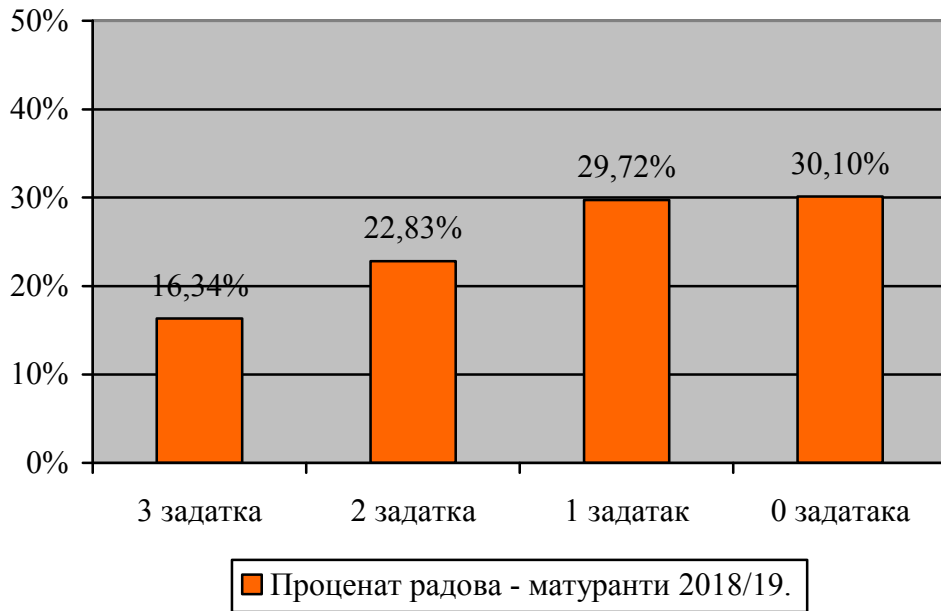
Укупно гледајући на сва три задатка, 36% задатака су потпуно тачно решени и још 17,80% има делимично тачно решених задатака, што је укупно 53,80%. Нетачних задатака је 27,80% и нерешаваних 18,40%, што је укупно 46,20%. Мислимо да је овај последњи податак забрињавајући.



СТРУКТУРА ПОТПУНО ТАЧНО РЕШЕНИХ ЗАДАТАКА

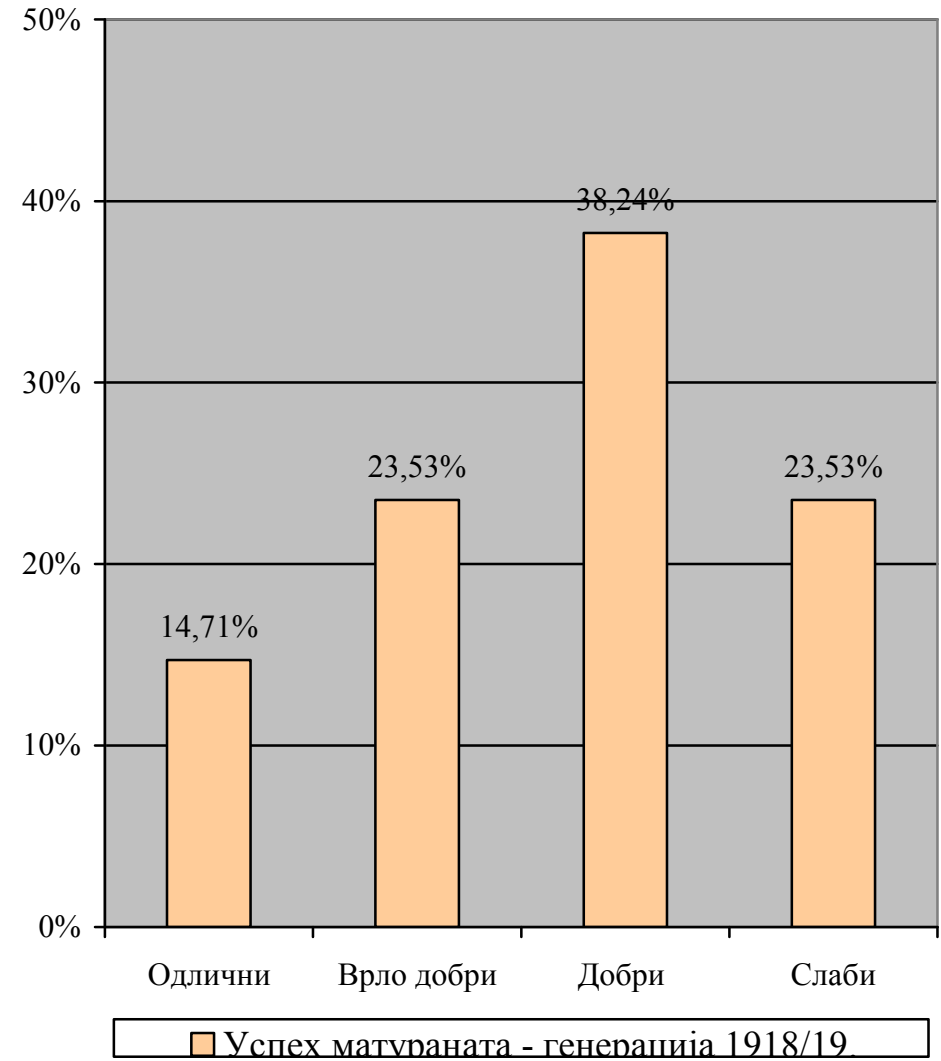
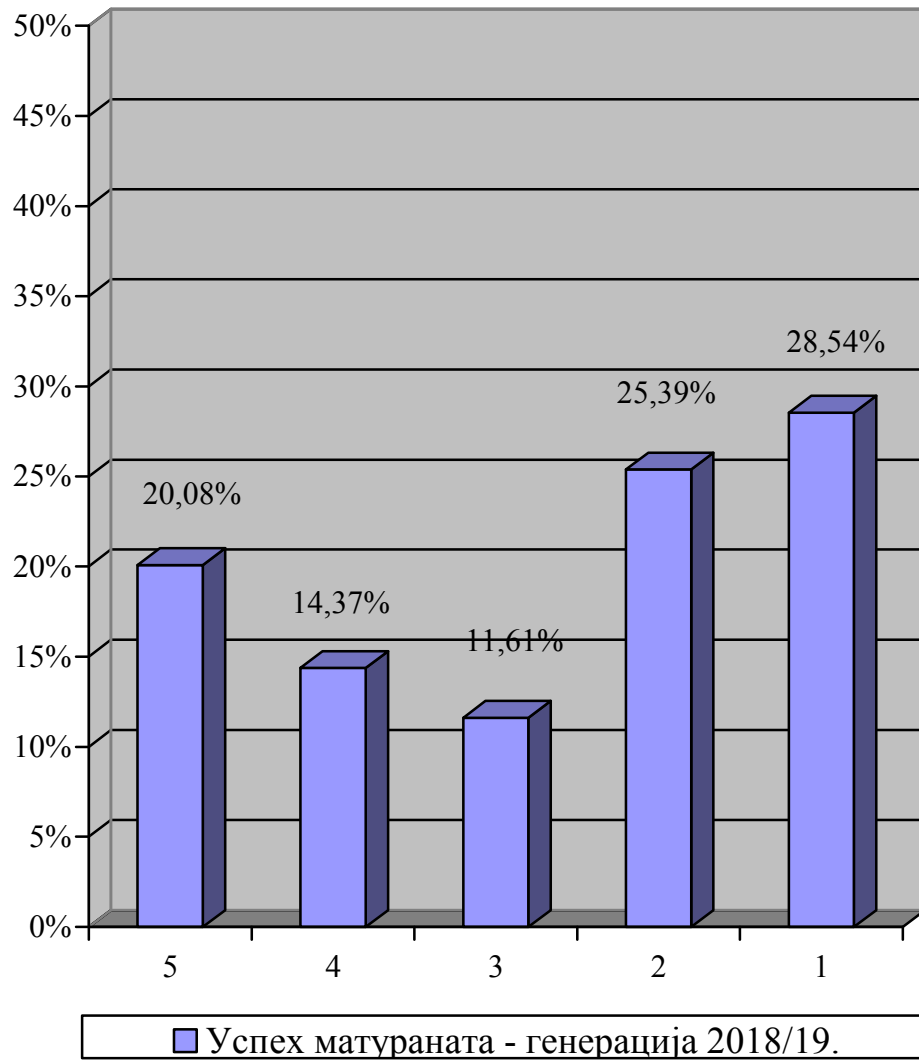
Ако се анализира структура потпуно тачно решених задатака, онда се може закључити да сва три решена задатка има 16,34%, два задатка 22,83%, један задатак 29,72% и ниједан задатак 31,10% ученика.

Када се погледају резултати из 1918/19. и упореде са резултатима 2018/19. види се да и у једном и другом случају имамо расподелу која има форму „померене“ нормалне расподеле. Проценти су наравно различити, али одступања нису велика.



Ако се матуранти генерације 2018/19. који су редом решили три, два, један и ниједан задатак посматрају као одлични, врло добри, добри и слаби по класификацији из 1918/19, онда је очигледно да у данашњој генерацији матураната има незнатно више одличних (2%), скоро једнако врло добрих, значајно више слабих (7%) и скоро 10% мање добрих радова.

ОПШТИ УСПЕХ НА ТЕСТУ

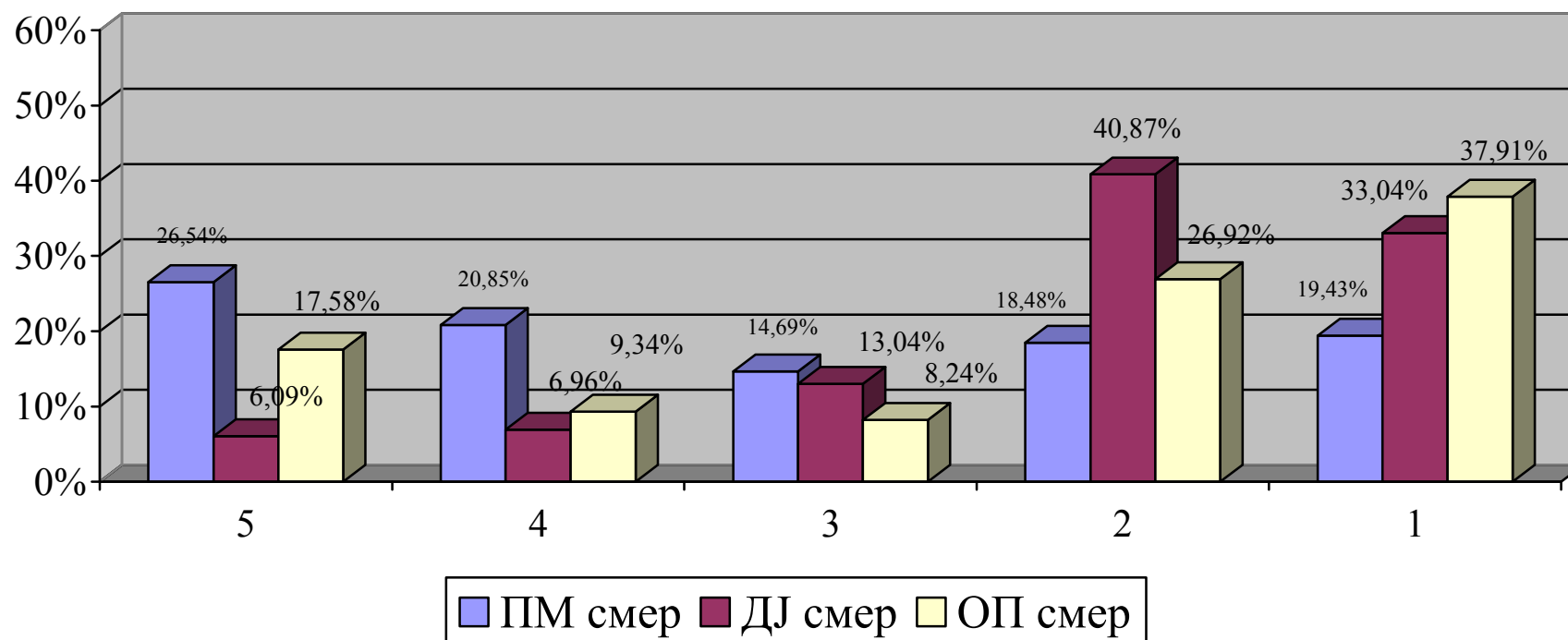


Већ је речено да је компарација резултата успеха матураната из генерације 1918/19. и генерације 2018/19. условна и са много напомена. Ако ипак све то занемаримо и направимо поређење, онда је јасно да је нешто бољи успех старије генерације. Такав закључак произишлази из чињенице да је у генерацији 1918/19. проценат позитивног успеха 76,47%, а у генерацији 2018/19. – 71,46%. Још убедљивије о томе говори директно упоређивање броја одличних, врло добрих и добрих ученика (46% данас и 76% некад) и занемаривање довољних (а то је огромних 25,39% узорка) који су чини се ближи оцени слаб, него оцени добар.

Међутим, пластичније о томе говори параметар средња оцена, који је по резултатима истраживања 2,72, а по резултатима матураната – генерацијских другова Десанке Максимовић за 0,46 већа ако оцену слаб третирамо као 1,5 (средња оцена генерације је 3,18), а за 0,34 већа ако оцену слаб третирамо као 1,0 (средња оцена генерације је 3,06).

Интересантан је и феномен расподеле успеха генерације 2018/19. који показује „анти нормалну“ тенденцију, јер су периферијска обележја (оцене 5, 2 и 1) далеко фреквентнија од оних који би при нормалној расподели требало да буду најфреквентнији (оцене 3 и 4).

У оквиру ових разматрања би било интересно посматрати и успех по смеровима, мада се чини да је за сваки смер узорак прилично нерепрезентативан, па изведене ставове не треба посматрати са нешто већом строгошћу.



Ако судимо по проценту недовољних оцена на тесту, онда најбољи успех има природно-математички смер, а најлошији општи смер. Међутим ако као критеријум узмемо средњу оцену успеха онда је опет најбољи природно-математички смер (3,17), па следи општи смер (2,41), а најлошији је друштвено-језички смер (2,12).

Занимљиво је да и сва три смера имају „анти нормалну“ дистрибуцију успеха на тесту.

ЗАКЉУЧАК

Ако

- резултате реализованог истраживања посматрамо у целини,
- за еталон узмемо дистрибуцију постигнућа генерације матураната 1918/19.
- узмемо у обзир све учињене напомене и резерве које третирају разлику између два матурске генерације (једне из далеке 1918/19. и друге експерименталне из 2018/19.)
- учинимо позитивну толеранцију од 10% од једне генерације ка другој,

онда сео може констатовати да:

- * не можемо бити задовољни квантитативним резултатима јер преко 31% ученика није решило ни једн задатак, а 28,54% ученика су на експерименталном писменом задатку показали незадовољавајући успех;
- * не можемо бити задовољни ни чињеницом да ученици боље владају формалним него мисаоним операцијама, што је видљиво из чињенице да су задаци формалног типа боље решени него проблемски задатак;
- можемо бити задовољни бројношћу и процентуалном заступљеношћу ученика који су постигли одличан резултат (око 20% ученика), а нешто више од 13% ученика и максималних 100 бодова.